

## Algèbre linéaire 1 (fondamentale). CM 18h, TD 22h. 4 ECTS.

### Objectifs Pédagogiques :

Acquérir les notions de base d'algèbre linéaire : notion d'espace vectoriel, d'applications linéaires, dépendance et indépendance linéaire. On utilisera d'emblée le calcul matriciel pour illustrer la théorie, ainsi que les méthodes de résolution de système vues au semestre 1. Les déterminants seront aussi revus, de façon assez limitée (l'exposé systématique sera fait en L2).

### Programme :

- Espaces vectoriels sur  $K$  ( $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ , principalement  $\mathbb{R}$ ) : Sous-espace, espace engendré par une partie, somme d'espaces vectoriels, somme directe, sous-espace supplémentaire. Exemples usuels,  $\mathbb{R}^n$ , espace vectoriel  $M_{\{n,p\}}(K)$  des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes.
- Dépendance et indépendance linéaire. Dimension. Base (en dimension finie).
- Familles génératrices, espace vectoriel de dimension finie.
- Familles libres, base d'un espace vectoriel de dimension finie (existence, caractérisation, propriétés). Matrice d'un vecteur ou d'un système de vecteur, relativement à une base. Changement de bases. Matrice de passage.
- Dimension d'un sous-espace vectoriel.
- Théorème de la base incomplète (existence de supplémentaires). Dimension d'une somme directe.  $\dim E = \dim \text{Im} f + \dim \text{Ker} f$ . Isomorphisme entre  $\text{Im} f$  et tout supplémentaire de  $\text{Ker} f$ . Rang d'une famille de vecteurs. Rang d'une application linéaire.
- Applications linéaires : images, noyau, espace vectoriel  $L(E,F)$ ,  $K$ -algèbre  $L(E)$ , groupe linéaire  $GL(E)$ , forme linéaire, espace dual  $E^*$ .
- Matrice d'une application linéaire relativement à des bases données. Isomorphismes entre  $L(E,F)$  et  $M_{\{n,p\}}(K)$ . Matrice d'un endomorphisme exemple des projections, des rotations, des symétries. Matrice d'une composée. Changement de bases.
- Rang d'une matrice ou d'un système d'équations linéaires, utilisation de la méthode du Pivot de Gauss. Matrices équivalentes. Matrices semblables. Utilisation du déterminant.