Université de Picardie Jules Verne 2015-2016
Faculté des Sciences L2 S3

Algèbre linéaire 2
Feuille d'exercices 3.

Exercice 1 Calculer le rang des applications linéaires suivantes:

(a) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ définie par $f(x, y, z) = (-x + y + z, x - y + z, x + y - z)$.

(b) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ définie par $f(x, y, z) = \Big(x+y+z, (b+c)x+(c+a)y+(a+b)z, bcx+cay+abz\Big)$, en fonction des paramètres a, b, c.

Exercice 2 On considère la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & m & m & m^2-m \\ 1 & m-1 & 3m-1 & m^2-m \\ 0 & m & m & 0 \\ 1 & m & 3m-1 & 0 \end{pmatrix}$$

On se donne une base de $\mathbb{R}^4$ et l'application linéaire f_m dont la matrice dans cette base est A_m. Donner suivant les valeurs de m le rang de f_m et la dimension de son noyau.

Exercice 3 On considère la matrice suivante:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le polynôme caractéristique de A.
2. Quelles sont les valeurs propres de A?
3. Pour chaque valeur propre λ de A, calculer la dimension de l'espace propre E_λ.
4. La matrice A est-elle diagonalisable? Si elle l'est, la diagonaliser.

Exercice 4 Mêmes questions que dans l'exercice précédent avec la matrice ci-dessous:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -4 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & -4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Exercice 5 Mêmes questions que dans l'exercice précédent avec la matrice ci-dessous:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -15 & -6 & 11 \\ -14 & -6 & 11 \end{pmatrix}$$