

### Feuille d'exercices 4.

#### 1. CALCUL DE PRIMITIVES ET INTÉGRALES.

**Exercice 1.** Calculer les **primitives** des fonctions suivantes :

$$(1) f(t) = t^5 + t + \frac{1}{t} + \frac{5}{t^3}\sqrt{t} + \cos t$$

$$(2) f(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{1}{1+t^2} + \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$(3) f(t) = \frac{2t + 5t^4}{1+t^2+t^5} + \frac{3t}{(1+t^2)^5} + e^{\cos t} \sin t$$

**Exercice 2.** Calculer les intégrales suivantes

$$(1) A = \int_0^{2\pi} |\sin t| dt$$

$$(2) B = \int_0^3 |t^2 - 3t + 2| dt.$$

**Exercice 3.** Déterminer les trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels qu'on ait la formule :

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x(x+1)^2} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$$

et en déduire une primitive de cette fonction.

**Exercice 4.** Soit  $f(t) = \frac{1}{t^3 + 2t^2 - t - 2}$ .

(1) Déterminer le domaine de définition de  $f$  (dans  $\mathbb{R}$ ).

(2) Décomposer  $f$  en éléments simples.

(3) Calculer  $I = \int_2^3 f(t) dt$ .

**Exercice 5.** Dans chacun des cas suivant, indiquer la **forme**, à priori, de la décomposition en éléments simples de  $f(t)$ . On ne demande pas de calculer les coefficients de cette décomposition.

$$(1) f(t) = \frac{1}{t(t+1)^2(t+2)^3}$$

$$(2) f(t) = \frac{3t^5 - 2t + 1}{t(t+1)^2(t+2)^3}$$

$$(3) f(t) = \frac{t^8 + t^4 - t + 2}{t(t+1)^2(t+2)^3}$$

$$(4) f(t) = \frac{t^6 + 2t - 1}{t(t+1)^2(t+2)^3}$$

$$(5) f(t) = \frac{3t^5 - 2t + 1}{(t+1)(t+2)^3(t^2+t+1)^2}$$

$$(6) f(t) = \frac{2t^9 - 5t^4 + 3}{(t+1)(t+2)^3(t^2+t+1)^2}$$

$$(7) f(t) = \frac{3 + (1 + 2t^2)^6}{(t+1)(t+2)^3(t^2+1)^2(2t^2+t+1)^2}$$

$$(8) f(t) = \frac{3 + (1 + 2t^2)^6}{(t+1)(t+2)^3(t^2+1)^2(2t^2+3t+1)^2}$$

**Exercice 6.** Calculer les **primitives** des fonctions suivantes :

$$(1) f(t) = \frac{6-t}{(t-3)(2t+5)}$$

$$(2) f(t) = \frac{1}{t(t+1)^2}$$

$$(3) f(t) = \frac{1}{t(t-1)(t-2)}$$

$$(4) f(t) = \frac{(1+t^2)^2}{t(t-1)(t-2)}$$

$$(5) f(t) = \frac{(1-t^2)^2}{t(t-1)(t-2)}$$

$$(6) f(t) = \frac{t}{t^3-3t+2}$$

$$(7) f(t) = \frac{1-t}{1+t^2}$$

$$(8) f(t) = \frac{t^4}{t^2+1}$$

$$(9) f(t) = \frac{1}{t^2+t-20}$$

$$(10) f(t) = \frac{1}{t^2-10t+29}$$

$$(11) f(t) = \frac{1}{t^2-14t+49}$$

$$(12) f(t) = \frac{t+2}{(t^2+1)^2}$$

$$(13) f(t) = \frac{1}{t(t^2+1)}$$

$$(14) f(t) = \frac{1}{t^2(t^2+2t+2)}$$

$$(15) f(t) = \frac{1}{(t^2+2t+2)^2}$$

$$(16) f(t) = \frac{1}{(t^2+3t+2)^2}$$

$$(17) f(t) = \frac{1}{t^3+1}$$