

Topologie. CM 20h, TD 30h. 5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Il s'agit principalement de décrire les résultats fondamentaux concernant les parties de \mathbb{R}^n et les fonctions continues entre ces parties.

Le vocabulaire de topologie générale sera présenté dans le cadre métrique et pourra être mentionné comme cadre ultérieur de travail plus approfondi.

Programme :

- *Notion d'espace, de sous-espace métrique et d'espaces vectoriels normés.* Normes usuelles sur \mathbb{R}^n . Distances équivalentes, produit fini d'espaces métriques. Suite convergente. Espaces métriques complets, complétude de \mathbb{R}^n . Parties complètes. Application : théorème de point fixe de Picard.
- *Parties d'un espace métrique:* Boules, ouverts, fermés, intérieur, adhérence, voisinage.
- *Fonctions entre espaces métriques:* Limite ponctuelle, utilisation des suites, composition, opérations. Continuité, homéomorphisme. Continuité uniforme et prolongement par continuité. Exemple des applications lipschitziennes et des applications linéaires continues.
- *Espaces connexes.* Composantes connexes. Connexité par arcs. Cas des parties convexes d'un espace vectoriel normé. Applications localement constantes.
- *Espaces compacts.* Diverses caractérisations: séquentielle compacité, axiome des recouvrements finis, précompacité et complétude. Valeur d'adhérence, point d'accumulation. Image d'un compact par une application continue, compacité et fermeture, plongement d'un espace compact, produit fini d'espaces compacts, fermé borné de \mathbb{R}^n . Cas métrique : Uniforme continuité sur un compact. Fonctions numériques réelles continues sur un compact. Application: Equivalence des normes dans \mathbb{R}^n .